

Suites de fonctions, théorème de convergence dominée

Pour l'instant, on ne s'intéresse qu'au cas des fonctions définies sur $A \subset \mathbb{R}$, à valeurs réelles ou complexes.

- Différentes convergences pour les suites de fonctions : simple, uniforme, uniforme sur les segments.
- Continuité (en a , sur A), intégration sur un segment, suite des primitives s'annulant en a , dérivation et dérivée d'ordre k . Théorème de permutation des limites.
- Théorème de convergence dominée et utilisations

Révisions d'algèbre linéaire et sur les matrices

- Hyperplans et formes linéaires
- Révisions générales sur les opérations, base canonique, produits $E_{ij}E_{kl}$, trace...
- Lien avec l'algèbre linéaire, matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, changement de bases.
- Matrices équivalentes (et caractérisation par le rang, équivalence à J_r), matrices semblables. Méthodes pour montrer que des matrices sont semblables / pour déterminer une base dans laquelle la matrice d'un endomorphisme à une certaines formes.
- Opérations par blocs (combinaisons linéaires, produit, rang, déterminant), interprétation de la stabilité. Matrices d'opérations élémentaires et applications.

Questions de cours

- 1/ H est un hyperplan de E si et seulement si il existe $\varphi \in E^*$ non nulle telle que $H = \ker \varphi$. Deux équations de H sont proportionnelles.
- 2/ Changement de bases : matrice de passage, démonstration de $X = PX'$ et de $B = Q^{-1}AP$.
- 3/ Toute matrice de rang r est équivalente à J_r .
- 4/ Si $A \in M_n(\mathbb{K})$ est nilpotente alors elle est semblable à une matrice triangulaire supérieure de diagonale nulle.
- 5/ Continuité de la limite uniforme d'une suite de fonctions continue en a .
- 6/ Convergence uniforme sur les segments de la suite des primitives s'annulant en a d'une suite de fonctions continues qui converge uniformément sur les segments.
- 7/ Montrer que, si $x > 0$,
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^n t^{x-1} \left(1 - \frac{t}{n}\right)^n dt = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$